

Zadanie: Analiza gwiazd na diagramie H-R

Na poniższym diagramie H-R przedstawiono kilka gwiazd o znanych temperaturach powierzchni i jasności absolutnej L (w jednostkach jasności Słońca $L_{\odot}$).

Gwiazda	Temperatura powierzchni T [K]	Jasność $L/L_{\odot}$
Alfa	5800	1
Beta	10000	80
Gamma	3500	0,02
Delta	4500	100
Epsilon	30000	100000
Zeta	6000	10

Diagram H-R: temperatura maleje w kierunku osi X w prawo, jasność rośnie w kierunku osi Y w górę.

Polecenia:

1. Zaznacz na diagramie gwiazdy znajdujące się na ciągu głównym, a które są olbrzymami lub nadolbrzymami.
2. Wskaż gwiazdę o największej temperaturze powierzchni i określ jej typ widmowy (przybliżony: O, B, A, F, G, K, M).
3. Która gwiazda ma największą jasność, a która najmniejszą?
4. Porównaj temperaturę i jasność gwiazd Gamma i Delta i wskaż, która jest starsza w sensie ewolucyjnym.
5. Na podstawie pozycji gwiazdy Alfa i Zeta określ przybliżoną masę każdej z nich w jednostkach masy Słońca $M_{\odot}$.

Dodatkowe polecenie dla ambitnych:

Wyjaśnij, dlaczego gwiazdy ciągu głównego tworzą charakterystyczną „przekątną” na diagramie H-R i jak zależy od tego masa gwiazdy.

Rozwiązanie

1. Ciąg główny, olbrzymy i nadolbrzymy

- Ciąg główny: gwiazdy o normalnej stabilnej fuzji wodoru w jądrze. Zazwyczaj $T = 3000\text{--}30000\text{ K}$, L rośnie wraz z T .
 - Alfa (5800 K, $L=1$) → ciąg główny
 - Beta (10000 K, $L=80$) → ciąg główny
 - Zeta (6000 K, $L=10$) → ciąg główny
- Olbrzymy / nadolbrzymy: jasność znacznie wyższa niż dla gwiazdy ciągu głównego o danej temperaturze.
 - Gamma (3500 K, $L=0,02$) → karzeł (mało jasna, poniżej ciągu głównego)
 - Delta (4500 K, $L=100$) → olbrzym (jasność dużo wyższa niż ciągu głównego)
 - Epsilon (30000 K, $L=100000$) → nadolbrzym (bardzo jasna)

2. Gwiazda o największej temperaturze i typ widmowy

- Epsilon: $T = 30\,000\text{ K}$
 - Typ widmowy: O (najgorętsze gwiazdy, jasne niebieskie)
-

3. Największa i najmniejsza jasność

- Największa jasność: Epsilon, $L = 100\,000\ L_{\odot}$
 - Najmniejsza jasność: Gamma, $L = 0,02\ L_{\odot}$
-

4. Porównanie Gamma i Delta (wiek/etap ewolucji)

- Gamma: $T = 3500\text{ K}$, $L = 0,02 \rightarrow$ karzeł czerwony, stara, ale mała gwiazda
- Delta: $T = 4500\text{ K}$, $L = 100 \rightarrow$ olbrzym czerwony, bardziej zaawansowana ewolucja, powstała z gwiazdy ciągu głównego, która zużyła wodór w jądrze

Wniosek: Delta jest w bardziej zaawansowanym etapie ewolucji (olbrzym), Gamma to mała, starsza gwiazda, ale nadal w stadium ciągu głównego lub karła.

5. Przybliżona masa Alfa i Zeta

- Masa gwiazdy ciągu głównego rośnie wraz z jasnością i temperaturą:
 - Alfa: $T \approx 5800\text{ K}$, $L \approx 1 \rightarrow$ masa $\approx 1\ M_{\odot}$ (Słońce)
 - Zeta: $T \approx 6000\text{ K}$, $L \approx 10 \rightarrow$ masa $\approx 2\ M_{\odot}$ (większa i gorętsza gwiazda ciągu głównego)

Dodatkowe wyjaśnienie dla ambitnych

1. Dlaczego ciąg główny tworzy przekątną?

- Gwiazdy ciągu głównego łączą swoją jasność z temperaturą powierzchni w sposób zależny od masy:
 - Im większa masa gwiazdy, tym wyższa temperatura i większa jasność.
 - Małe gwiazdy mają niską temperaturę i niską jasność (czerwone karły).
 - Duże gwiazdy mają wysoką temperaturę i jasność (niebieskie olbrzymy na ciągu głównym).
- Efekt ten powoduje, że gwiazdy ciągu głównego układają się od dolnego prawego rogu (czerwone karły) do górnego lewego rogu (gorące niebieskie gwiazdy) diagramu H-R.

2. Zależność jasność–masa

- Jasność gwiazdy ciągu głównego rośnie **bardzo szybko** z masą, w przybliżeniu $L \sim M^{3-4}$.
 - Gwiazdy masywne są więc zarówno gorętsze, jak i znacznie jaśniejsze.
- Masa gwiazdy determinuje jej tempo ewolucji:
 - Małe gwiazdy żyją miliardy lat.
 - Duże gwiazdy spalają wodór znacznie szybciej i przechodzą w olbrzymy lub nadolbrzymy w krótszym czasie.

3. Znaczenie dla ewolucji gwiazd

- Po zakończeniu fazy ciągu głównego gwiazda przestaje być stabilna:
 - Małe gwiazdy stają się białymi karłami.
 - Gwiazdy masywne przechodzą przez fazy olbrzymów i nadolbrzymów, a kończą jako supernowe lub czarne dziury.

Zadanie

Na diagramie H-R odczytano dane dla nadolbrzyna typu O – Epsilon:

- Jasność: $L_E \approx 10^5 L_\odot$
- Temperatura powierzchni: $T_E \approx 30\,000\text{ K}$

Temperatura Słońca wynosi $T_\odot = 5778\text{ K}$.

Oblicz promień Epsilon korzystając z prawa Stefana-Boltzmann'a oraz danych odczytanych z diagramu H-R.

Rozwiązanie

Prawo Stefana-Boltzmann'a dla gwiazdy i Słońca:

$$L_E = 4\pi R_E^2 \sigma T_E^4, \quad L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4$$

Krok 1: Iloraz jasności

$$\frac{L_E}{L_\odot} = \frac{4\pi R_E^2 \sigma T_E^4}{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4} = \left(\frac{R_E}{R_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_E}{T_\odot}\right)^4 = \left(\frac{R_E}{R_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_E}{T_\odot}\right)^4$$

Krok 2: Podstawienie danych

$$10^5 = \left(\frac{R_E}{R_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{30\,000}{5778}\right)^4$$

Krok 3: Obliczenie stosunku temperatur

$$\left(\frac{T_E}{T_\odot}\right)^4 = (5,19)^4 \approx 723,6$$

Krok 4: Wyznaczenie ilorazu promieni

$$\begin{aligned}\left(\frac{R_E}{R_\odot}\right)^2 &= \frac{10^5}{723,6} \approx 138,2 \\ \frac{R_E}{R_\odot} &= \sqrt{138,2} \approx 11,76 \approx 12\end{aligned}$$

✔ Odpowiedź

$$R_E \approx 12R_\odot$$